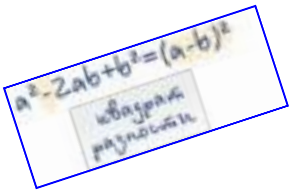
Клуб юных математиков ЛШ № 38

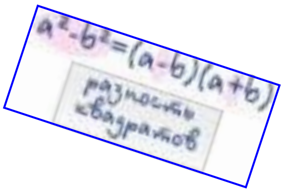
Математическая мозаика

№ 1

18.01.16



В ЭТОМ ВЫПУСКЕ:



- Учёные Древней Греции представляли величины не числами или буквами, а отрезками прямых, которые обозначали буквами или концы которых отмечали буквами. Вместо "произведения ab" говорилось "прямоугольник, содержащийся между отрезками a и b". Эта алгебра, оперировавшая не числами, а отрезками, площадями и объёмами фигур, была в XIX веке названа "геометрической алгеброй".

Шпаргалка

В 7-м классе изучая умножение многочленов на многочлены мы выводили формулы квадрата суммы двух многочленов, квадрат разности, куб разности и суммы двух выражений, разность кубов, сумма кубов. Попытаемся восстановить вывод некоторых из них. Выведем формулу квадрата суммы

$(а+в)^2=(а+в)(а-в)$
$=аа+ав+ва+вв$

$=а^2+2ав+в^2.$

Итак, $(а+в)^2=а^2+2ав+в^2.$

Чтобы вывести квадрат разности надо поступить аналогично

$(а-в)^2=(а-в)(а-в)=аа-ав-ва+вв=а^2+2ав+в^2.$

Таким же способом можно вывести формулы куба суммы

$(а+в)^3=а^3+3а^2в+3ав^2+в^3$

Куб разности

$(а-в)^3=а^3-3а^2в+3ав^2-в^3$

Напоминаем, что к формулам сокращенного умножения относятся:

1.Квадрат суммы двух величин равен квадрату первой плюс удвоенное произведение первой на вторую плюс квадрат второй.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

2.Квадрат разности двух величин равен квадрату первой минус удвоенное произведение первой на вторую плюс квадрат второй.

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3.Произведение суммы двух величин на разность равно разности их квадратов.

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

4.Куб суммы двух величин равен кубу первой плюс утроенное произведение квадрата первой на вторую плюс утроенное произведение первой на квадрат второй плюс куб второй.

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

5.Куб разности двух величин равен кубу первой минус утроенное произведение квадрата первой на вторую плюс утроенное произведение первой на квадрат второй минус куб второй.

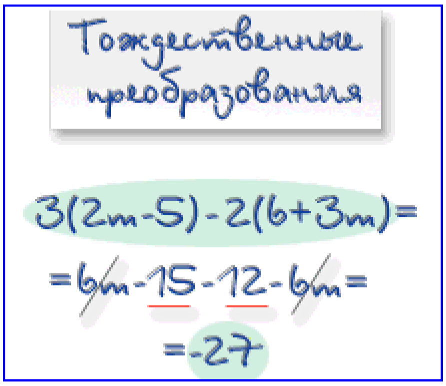
Немного истории

Найденные древневавилонские клинописные тексты свидетельствуют, что некоторые формулы умножения (квадрат суммы, квадрат разности, произведение суммы на разность) были известны ещё около 4000 лет назад. Их знали, кроме вавилонян, и другие народы древности, конечно не в нашем символическом виде, а словесно, или - как, например, у древних греков - в геометрической форме.

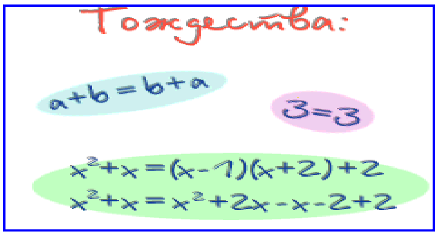
Алгебра есть не что иное, как математический язык, приспособленный для обозначения отношений между количествами".

И. Ньютон

Изучаем тождества



Простейший пример тождества доставляет то свойство сложения (и, аналогично, умножения) натуральных чисел, которое в школе принято называть переместительным законом и которое гласит, что от перемены мест слагаемых (множителей) сумма (соответственно произведение) не меняется. Символически: a + b = b + a, ab = ba. В школьном курсе к переместительному закону вскоре добавляется сочетательный, выражаемый соответственно формулами (a + b) + c = a + (b + c), (ab) c = a (bc). Позднее констатируется так называемый распределительный закон, в котором участвуют оба упомянутых действия над числами: a (b + c) = ab + ac. В ходе дальнейшего изучения указанные законы распространяются на все более широкие числовые области: на целые числа, рациональные, действительные. Что объединяет такие свойства действий? Во-первых, каждое из них выражается равенством, обе части которого - буквенные выражения. Во-вторых, соответствующие равенства верны при любых значениях входящих в них букв. Эти два атрибута и характеризуют общее понятие тождества как равенства с переменными, верного при любых значениях входящих в него переменных. В общем виде можно сказать, что в тождестве f = g выражения f и g , где f и g – выражения .Приведём пример тождества:



Как возникли скобки

Круглые скобки появились в XV в. в трудах Штифеля, Тартальи и других. В конце того же века появляются и фигурные скобки в книга Весета, однако в течение почти всего XVII века употреблялись не скобки, а горизонтальная черта, проводимая над выражением, подлежащим включению в скобки. Так поступают Декарт, Гиппократ и другие. Ньютон пользовался даже несколькими надписанными друг над другом чертами; например: y-4xy+5xy-12xy+17=0 означало у него {[(y-4)y+5]y-12}y+17=0.Широкое применение скобки получили лишь в первой половине XVIII века благодаря Лейбницу и ещё больше Эйлеру. Само название "скобки" произошло от введённого Эйлером немецкого термина Klammer - скобки.Косой крест x употребляется как знак умножения с 1631 года. В XIV - XVI вв. он применялся как подсобный знак при решении самых разнообразных задач. Чтобы не смешивать косой крест с буквой x, которой обозначают обычно неизвестное, Лейбниц в конце XVII века стал обозначать умножение при помощи точки. Запись умножения без всякого знака между множителями встречается уже у Диофанта при употреблении числового коэффициента, а также индийской Бахмалийской рукописи

Где можно применить формулы сокращенного

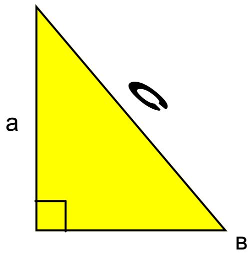
На уроках математики нам приходится возводить в квадрат большие числа Например, 99^2. Необязательно пользоваться калькулятором.

$99^2=(100-1)^2=100^2-2\cdot100\cdot1+1=10201$

Или найти значения выражения

$75^2-74^2=(74-75)\cdot(74+75)=1\cdot149=149$

В геометрии часто используют формулу разности квадратов в нахождении катета из теоремы Пифагора.



Решим такую задачу: найти катет прямоугольного треугольника. Если гипотенуза равна 5 см, а второй катет 4 см. Из теоремы Пифагора известно $a^{2}=c^2-в^2$, где а, в—катеты, с– гиптенуза.

$a^2=5^2-4^2=(5-4)\cdot(5+4)=1\cdot9=9$, следовательно, катет равен 3 см